

外弹道容错拟合微分技术及应用

徐小辉¹ 郭小红¹ 胡绍林^{1,2}

(1 西安卫星测控中心 2 南京理工大学)

摘要 针对现有数据微分处理方法的缺陷,采用容错思想改进了传统的数据处理算法,提出容错拟合微分技术。新算法有效地消除了各类孤立型野值和斑点型野值的不利影响,降低了算法对随机误差的敏感性,提高计算弹道的可靠性和精度。通过仿真计算和工程实践,验证了该算法的有效性和适用性。

关键词 数据微分 容错拟合 野值

1 引言

在航天工程和航空测试等领域,利用外测设备测量数据确定运载火箭空间位置、速度、加速度、弹道倾角和弹道偏角等重要参数,是外弹道数据处理工作的核心任务^[1]。但是,我国航天测控网主动段目前配置的各类外测设备,并不能直接测定上述全部弹道参数。如何利用已知信息得到高精度的各种参数对外测数据处理具有决定性意义。

解决上述问题的主流方法是数值微分,国际国内广泛介绍的典型数值微分方法主要有多项式拟合平滑微分、样条或 Lagrange 插值微分方法等。大量的工程应用证实,由于运载火箭主动段受多种非均匀的非保守力和难以模型化的空间环境扰动的共同作用,且多级火箭推力系统分段工作,难以简单采用光滑曲线进行拟合^[2],上述算法本身缺乏对野值的容错能力,如果测量数据中包含有野值点,弹道计算结果会失真,影响到弹道确定和弹道分析的可靠性和结果的可信度。

为了得到高精度的外弹道参数,本文提出了容错拟合微分技术,改进了传统多项式拟合微分算法,增强了方法的容错性能并降低了算法对随机误差的敏感性。通过仿真计算和工程实践,验证了该算法的实用性和数据结果的安全性。

2 算法设计

通过理论分析和大量仿真计算,我们已发现:基于最小二乘原理的多项式拟合平滑微分算法,缺乏稳健性和容错能力的根本原因在于最小二乘算法采

用的损失函数 $\rho(x) = \frac{1}{2}x^2$,其导函数为 $\varphi(x) = \rho'(x) = x$,没有区别对待数据带来的信息正常与否^[3],使野值点在计算过程中产生了明显大于正常数据点的不利影响。

2.1 损失函数和 φ -函数的设计

为了提高算法对数据的容错能力,我们在继承现有拟合平滑微分算法合理内核的同时,改进损失函数为如下形式:

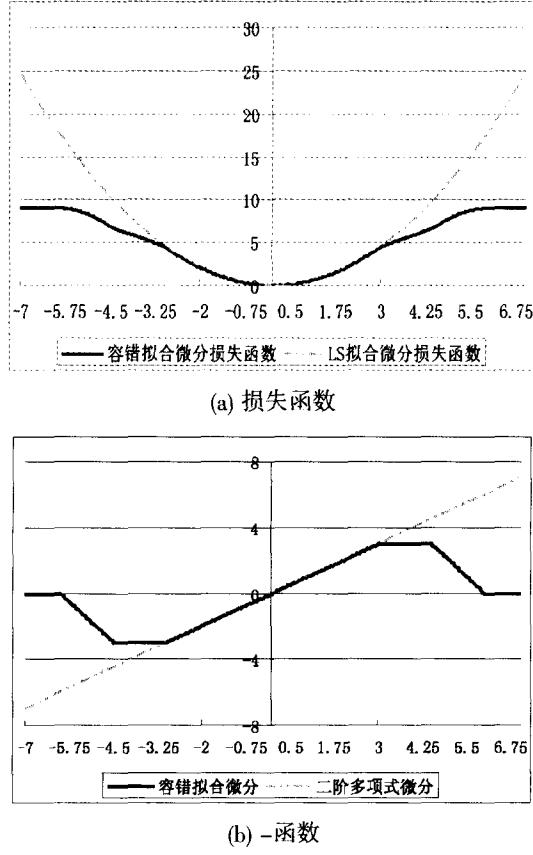
$$\rho_{FTI}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2, & |x| \leq 3\sigma \\ 1.5|x|\sigma, & 3\sigma < |x| \leq 4.5\sigma \\ -x^2 + 12|x|\sigma - 27\sigma^2, & 4.5\sigma < |x| \leq 6\sigma \\ 9\sigma^2, & |x| > 6\sigma \end{cases} \quad (1)$$

对应地, φ -函数为重衰减(Redescending)形式:

$$\varphi_{FTI}(x) = \begin{cases} x, & |x| \leq 3\sigma \\ 1.5\sigma, & 3\sigma < x \leq 4.5\sigma \\ -1.5\sigma, & -4.5\sigma \leq x < -3\sigma \\ -2x + 12\sigma, & 4.5\sigma < x \leq 6\sigma \\ -2x - 12\sigma, & -6\sigma \leq x < -4.5\sigma \\ 0, & |x| > 6\sigma \end{cases} \quad (2)$$

将式(1)和(2)与基于最小二乘理论的损失函数及相应 φ -函数对比,见图 1。我们可明显看出:式(1)和(2)可以有效克服“普通二次损失函数不加区分地利用测量数据信息导致微分算法缺乏容错能力”^[3]的缺点。式(1)的门限参数 σ 可以采用经验值或设备相应测量通道精度标校值代替。

对比分析图 1(a)或图 1(b)中两条曲线,可以看出,采用式(2)取代 LS 估计的损失函数,具有如下优点:

图 1 LS 拟合微分与容错拟合微分的损失函数和 ϕ -函数

(1) 当测量数据正常时,由 $\rho_{LS}(x)=\rho_{FTI}(x)$ 和 $\varphi_{LS}(x)=\varphi_{FTI}(x)(|x| \leq 3\sigma)$,可以保证容错拟合微分算法得到近似基于 LS 拟合平滑微分的结果,确保数据正常时计算结果的高精度;

(2) 当测量数据异常时,由 $\rho_{FTI}(x)=c$ (常数)和 $\varphi_{LS}(x)=0(|x| > 6\sigma)$,可以有效剔除异常数据的不利影响,确保微分计算结果的可靠性和避免弹道参数失真;

(3) 通过 $\rho_{FTI}(x)$ 和 $\varphi_{FTI}(x)$ 的巧妙设计,使得在数据信息使用过程中从正常数据到异常数据之间有一个合理的量变过度,不同于惯常的“剔野”处理,不仅避免了因为剔野后不等间隔数据导致的计算麻烦,还科学地做到了有效信息的充分利用,有利于改进弹道计算质量。

2.2 微分算法设计

对于窗口为 11 点的滑动采样区间,假定采样数据片段为 $\{k(t_j) | j=i-5, i-4, \dots, i+5\}$,利用式(1)构造目标函数:

$$S(a, b, c) = \sum_{j=i-5}^{i+5} \rho(k(t_j) - a - bt_j - ct_j^2),$$

求极小值点:

$$(\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}) = \arg \min \sum_{j=i-5}^{i+5} \rho_{PH}(k(t_j) - a - bt_j - ct_j^2) \quad (3)$$

式(3)的极值,可以采用梯度法进行计算:

①利用传统最小二乘拟合法得到一组初始系数值 (a_0, b_0, c_0) ;

②从 (a_0, b_0, c_0) 出发沿

$$Z(a, b, c) \stackrel{\Delta}{=} \sum_{j=i-5}^{i+5} \rho_{PH}(k(t_j) - a - bt_j - ct_j^2)$$

在 (a_0, b_0, c_0) 处的负梯度方向求得 $Z(a, b, c)$ 的极小值 (a_1, b_1, c_1) ,即:

$$\min_{\lambda > 0} Z((a_0, b_0, c_0) - \lambda \nabla Z(a_0, b_0, c_0));$$

③从 (a_1, b_1, c_1) 出发,重复上面的过程得到 (a_2, b_2, c_2) 。如此下去,得到序列 $\{(a_k, b_k, c_k)\}$

$$Z(a_0, b_0, c_0) > Z(a_1, b_1, c_1) > \dots > Z(a_k, b_k, c_k) > \dots$$

④当迭代达到一定次数后即可得到满足我们需要的结果。

代入下式(4),即可获得 t_i 时刻的数值微分:

$$\hat{k}(t_i) = \hat{a} + \hat{b}t_i + \hat{c}t_i^2 \quad (4)$$

2.3 数值微分简化方法

为简化计算,采用以下一组简洁实用的迭代算法:

①计算 LS 拟合估计值

$$\begin{pmatrix} \bar{a} \\ \bar{b} \\ \bar{c} \end{pmatrix} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & t_{i-5} & t_{i-5}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & t_{i+5} & t_{i+5}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & t_{i-5} & t_{i-5}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & t_{i+5} & t_{i+5}^2 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} k(t_{i-5}) \\ \vdots \\ k(t_{i+5}) \end{pmatrix} \right\}^{-1} \quad (5)$$

②构造门限

$$\hat{\sigma} = 3 \times 1.483 \cdot \operatorname{med}_{i-5 \leq j \leq i+5} \{ |k(t_j) - (\bar{a} + \bar{b}t_j + \bar{c}t_j^2)| \} \quad (6)$$

③修正 LS 拟合估计值

$$\begin{pmatrix} \tilde{a} \\ \tilde{b} \\ \tilde{c} \end{pmatrix} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & t_{i-5} & t_{i-5}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & t_{i+5} & t_{i+5}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & t_{i-5} & t_{i-5}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & t_{i+5} & t_{i+5}^2 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \bar{k}(t_{i-5}) \\ \vdots \\ \bar{k}(t_{i+5}) \end{pmatrix} \right\}^{-1} \quad (7)$$

式中:

$$\bar{k}(t_i) = \tilde{a} + \tilde{b}t_i + \tilde{c}t_i^2 + \phi_{FTI}(k(t_i) - (\tilde{a} + \tilde{b}t_i + \tilde{c}t_i^2))$$

④置 $\tilde{a} \Rightarrow a, \tilde{b} \Rightarrow b, \tilde{c} \Rightarrow c$,重复上述计算步骤②和③,记计算结果为

$$\hat{a} \quad \hat{b} \quad \hat{c} \Rightarrow \hat{a} \quad \hat{b} \quad \hat{c} \Rightarrow \hat{a} \quad \hat{b} \quad \hat{c} \Rightarrow \hat{a} \quad \hat{b} \quad \hat{c}$$

⑤将得到的容错估计 $(\hat{a}, \hat{b}, \hat{c})$ 代入式(4),即得容

错微分 $\hat{k}(t_j)$ 。

3 仿真结果与分析

本算法主要针对传统算法容错能力差, 对随机误差敏感等缺陷进行改进。大量脉冲雷达测量数据处理实践显示: 由于多种偶然因素的影响或作用, 测量数据序列中往往包含有 1~2% 的严重偏离目标真值的异常数据; 特别是雷达高仰角跟踪弧段, 数据散乱, 异常数据出现的几率有时多达 1~2%, 甚至更多^[4]。航天测控领域称这部分异常数据为野值。一般将野值分为孤立型 AO(Additive Outliers) 和斑点型 IO(Innovations Outliers) 两种。

3.1 孤立型野值仿真结果

为了分析各种新方法的有效性和安全性, 我们首先对于理论弹道的第 0~130s 的速度参数进行异常数据样本点设置和数据扰动处理:(1) 采用 Monte Carlo 方法生成服从正态分布 $N(0, 0.3\sigma)$ 的随机误差序列;(2) 将弹道的速度参数迭加服从正态分布 $N(0, 0.3\sigma)$ 的随机误差序列;(3) 将第 65 秒、82 秒及 100 秒的数据分别迭加 300m/s、-200m/s 及 300m/s 的增量, 形成 3 个孤立型异常数据点, 如下图所示。

图 3(a)是对带有异常数据的数据序列分别进行 LS 拟合微分和容错拟合微分的结果全弧段曲线。从图 3(a)可以看出, 容错拟合微分方法能够将 3 个孤立型野值引起的微分误差完全消除, 而 LS 拟合微分方法则无法得到理想的结果。图 3(b)是任意选取的一段不含异常数据(12.50~15.00s)的微分结果变化曲线。从图 3(a)可以看出, 容错拟合微分方法相对于 LS 拟合微分方法能够消除随机序列误差所带来的影响, 提供可靠的结果。

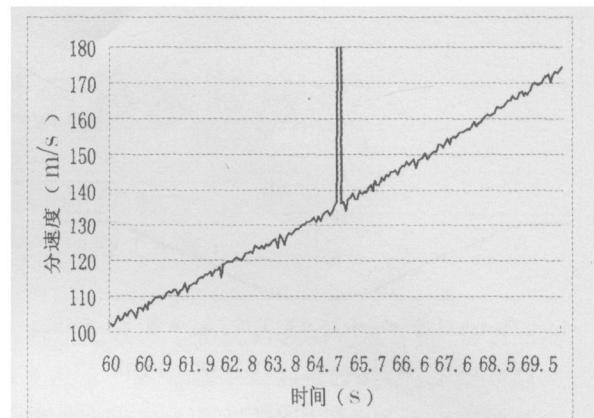
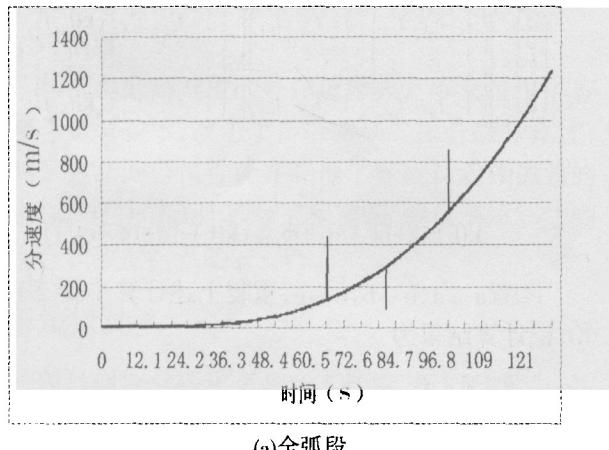


图 2 叠加随机误差与孤立野值原始数据曲线

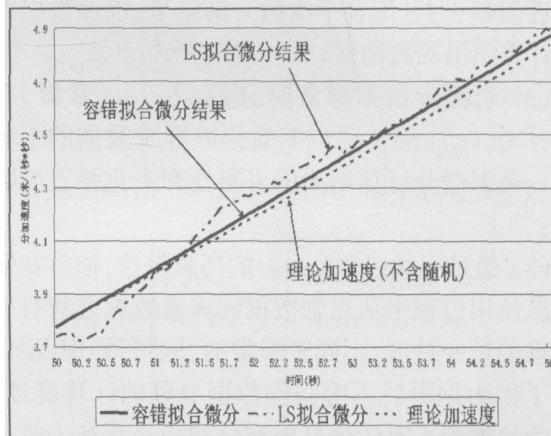
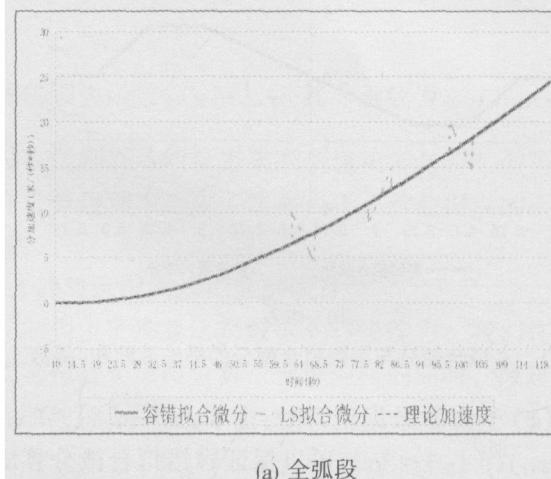


图 3 两种拟合微分处理结果与理论加速度曲线

3.2 斑点型野值仿真结果

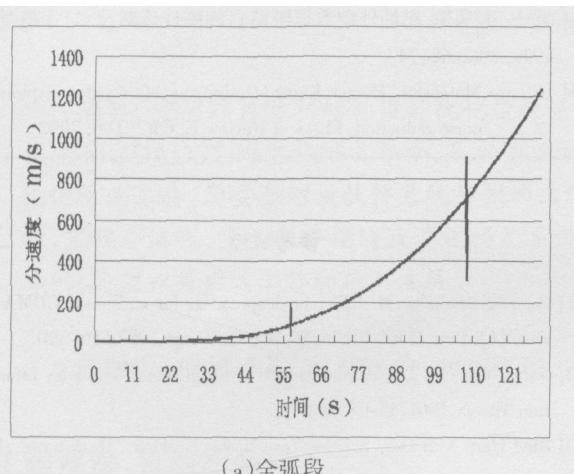
为了分析各种新方法对斑点型异常数据的容错能力, 仿照上一小节方法, 我们对于理论弹道的第 0~130s 的速度参数, 进行斑点设置和扰动处理:(1) 采用 Monte Carlo 方法生成服从正态分布 $N(0, 0.3\sigma)$ 的随机误差序列;(2) 将弹道速度参数迭加服从正态

分布 $N(0, 0.3\sigma)$ 的随机误差序列; (3) 将第 57.00~57.20s 及 108.00~108.20s 的数据弧段按如下规律迭加异常增量:

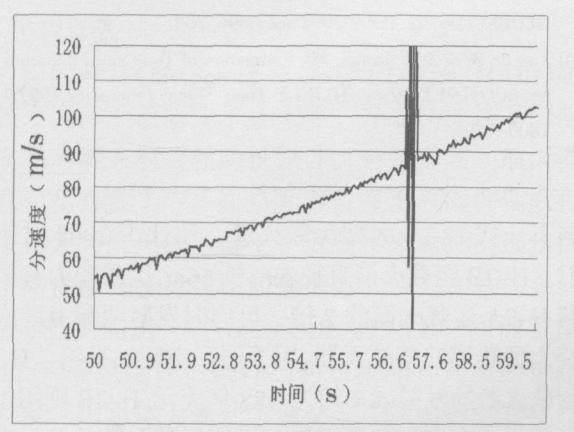
$$\Delta k(t) = 2*t \sin(50t)$$

形成 2 个斑点型异常数据点, 如图 4 所示。

图 5 为采用容错拟合微分及 LS 拟合微分算法的结果与理论分加速度曲线图。

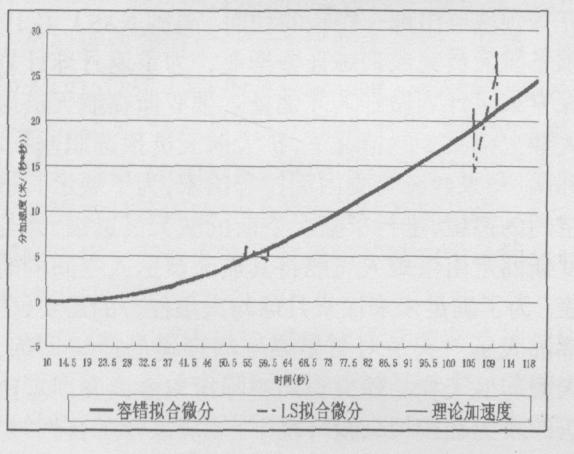


(a) 全弧段

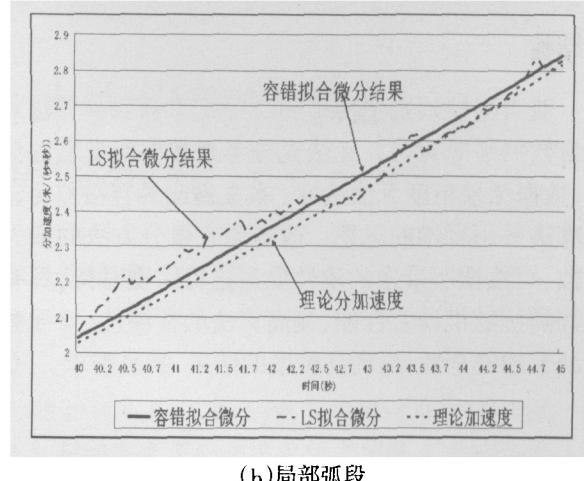


(b) 局部弧段

图 4 叠加随机误差与斑点野值原始数据曲线



(a) 全弧段



(b) 局部弧段

图 5 两种拟合微分处理结果与理论加速度曲线

从图 5(a)可以看出容错拟合微分算法消除了斑点野值对结果的影响, 而 LS 拟合微分算法的容错能力弱于容错拟合微分算法。图 5(b)是图 5(a)不带异常值的局部弧段, 明显地体现出容错拟合微分结果对随机误差的敏感性弱于 LS 拟合微分。

4 随机误差处理能力评估分析

为了比较不同方法对随机序列误差的计算效果, 我们引入 Lorenzo Matassini^[5]提出的增益 G_{ain} , 其计算方法如下:

$$G_{ain} = 10 \log \left(\frac{\sum (\hat{y}_k - s_k)^2}{\sum (y_k - s_k)^2} \right) \quad (8)$$

其中, s_k 是不含随机误差的理想结果, y_k 是加入随机误差后的处理结果, \hat{y}_k 是进行滤波后的处理结果。显然, 滤波后的结果与理想结果越接近, 即滤波效果越好, 滤波增益越小。这里我们采用理论弹道的结果作为标准, 对各种不同方法的计算效果进行评定。

下表是采用各种方法对含有随机误差的数据序列进行处理, 所得的结果进行增益值计算得到的结果。

表 1 两种方法的增益值

方法	LS 拟合微分	容错拟合微分
G_{ain} (dB)	-7.085632	-37.323982

从表中可以看出, 容错拟合微分的处理效果优于 LS 拟合微分, 将 LS 拟合微分算法的增益值从-7.085632dB 降至-37.323982dB。

5 结论

航天测控领域中传统的二项式拟合微分算法对测量数据平等对待，无法充分考查数据所带来的信息，数据结果精度无法达标。本文提出的容错拟合微分算法采用容错的思想，改变原有微分方法的损失函数，对数据所带来的隐性质量进行区别对待，具有良好的抗随机误差性能，提高算法的鲁棒性，增强数据结果的安全性，得到高精度的结果，满足需求。◇

(上接第 43 页)

4 结束语

MC-CDMA 以其数据传输速率高、抗信道衰落能力强和频带利用率高等优点已成为目前无线通信研究的热点，我们对 MC-CDMA 在 TDRSS 中的实用化已展开了深入的卓有成效的研究。研究表明，用 MC-CDMA 方式取代目前 TDRSS 中普遍采用的单载波 DS-CDMA 方式是完全可行的，将使我国自行研制的 TDRSS 系统从一开始就站在更高的起点上，对满足日益增长的空间高速数据传输业务需求有着十分重要的现实意义。◇

(上接第 64 页)

的尺寸也可以相应增大。同时，“联盟-2”的发射前准备工作需要的人数也较少。目前，“联盟”号火箭需要 70 人来完成发射前准备工作，而“联盟-2”只需要 15~20 人。新型控制系统只要 2 人操纵，而老系统需要 40 人。

2006 年 3 月 6 日，俄航天局宣布，将建造一组新型“联盟”运载火箭。萨马拉进步中央设计局与能源火箭公司决定研制“联盟-2-3”运载火箭，用于发射新一代可重复使用载人飞船“快船”(Klipper)号。“联盟-2-3 号”运载火箭的研制将分两步走，第一步是研制能把重 11t 的空间仪器发射到距地球 200km 高度的运载火箭；第二步是把火箭载重量增加到 13t，可把“快船”号飞船送入轨道，将来安装改进的发动机后，载重量将达 16t 甚至更大。这个项目被认为是俄罗斯航天计划中最具前景和意义的项目之一，旨在加强和发展航天力量，为国防、经济、社会和文化教育建设扩大和提高空间利用效率。该火箭计划于 2012 年制造完成。

2006 年 6 月，日本三菱重工有限公司称，计划研

参考文献

- [1] 刘利生, 张玉祥, 李杰等. 外弹道测量数据处理. 北京: 国防工业出版社, 2002.
- [2] 王正明, 周海银等. 弹道跟踪数据的校准与评估. 国防科技大学出版社, 1999.
- [3] 胡峰, 孙国基. 曲线拟合的容错平滑与容错微分平滑. 工程数学学报, 2000, 17(2):1~5
- [4] 胡峰, 孙国基. 靶场外测数据野值点的统计诊断技术. 宇航学报, 1999, 20(2):68~74
- [5] Lorenzo Matassini, Holger Kantz, Optimizing of recurrence plots for noise reduction, Physical Review E, 65(2):1~6, 2002

参考文献

- [1] Popovic Branislav M. Efficient despreaders for multicode CDMA systems [A]. Proc IEEE ICUPC'97 [C]. SanDiego, 1997.516~520.
- [2] Golay Marcel J E. Complementary series [J]. IEEE Trans on Information Theory, 1961, IT-7(2):82~87.
- [3] Bing Han; Xiqi Gao; Xiaohu You; Costa, E.; Haas, H. A novel channel estimation method for OFDM systems in multipath fading [C] GLOBECOM '02. IEEE 2002 vol.1.696_700
- [4] Van de Beek J-J, Sandel, ML Estimation of Time and Frequency Offset in OFDM Systems [J]. IEEE Trans Signal Processing, 1997, 45(7): 1800~1805.

制下一代 H-2B 大型运载火箭，预计于 2008 财年发射。H-2B 运载火箭直径 5m，长 56m，运载能力有望达到 H-2A 运载火箭的 2 倍，可同时发射两颗卫星或一个大型轨道转移航天器，用于国际空间站补给。H-2A 运载火箭的发射成本约为 0.88 亿美元，H-2B 则用 1.14 亿美元成本发射两颗卫星，可使每颗卫星的发射成本低于欧美公司(例如阿里安公司)的发射成本。

此外，2006 年在航天员选拔和空间医学科学等领域也出现一些新的动向。美国 NASA 第 19 批预备航天员完成训练任务毕业，为重返月球计划和探索火星计划做好人才储备。俄罗斯在航天员应征人数大幅减少的情况下，扩大航天员预选职业领域。韩国、马来西亚与委内瑞拉等国家，为了展示其进入空间的愿望，进行了盛况空前的航天员选拔，并与俄罗斯商定由俄载人飞船将其航天员送入空间的时间表。为了满足未来探索月球与火星任务的需要，美俄都加大了航天员对更复杂空间环境的适应训练，航天服与航天食品研究也向星际探索方向发展。法国医疗小组在模拟失重环境下，成功进行了首例“空间手术”，使空间医学研究向实用化方向发展。◇